

## Datos básicos de la asignatura

---

<b>Titulación:</b>	Grado en Matemáticas
<b>Año plan de estudio:</b>	2009
<b>Curso implantación:</b>	2009-10
<b>Centro responsable:</b>	Facultad de Matemáticas
<b>Nombre asignatura:</b>	Álgebra Lineal y Geometría I
<b>Código asignatura:</b>	1710002
<b>Tipología:</b>	TRONCAL / FORMACIÓN BÁSICA
<b>Curso:</b>	1
<b>Periodo impartición:</b>	Anual
<b>Créditos ECTS:</b>	12
<b>Horas totales:</b>	300
<b>Área/s:</b>	Algebra
<b>Departamento/s:</b>	Algebra

## Coordinador de la asignatura

---

GONZALEZ-MENESES LOPEZ, JUAN

## Profesorado

---

### Profesorado de grupo principal

ROJAS LEON, ANTONIO

SILVERO CASANOVA, MARITHANIA

## Objetivos y competencias

---

### OBJETIVOS:

Identificar  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$  como ámbitos naturales de la geometría elemental.

Recordar y profundizar en las propiedades de las figuras elementales de primer y segundo grado: rectas, planos, triángulos y circunferencias.

Modelar problemas geométricos sencillos y ver su relación con los sistemas de ecuaciones lineales.

Reconocer la utilidad de las matrices para resolver sistemas de ecuaciones lineales y problemas geométricos.

Abstraer de las propiedades de las matrices la estructura de espacio vectorial y de aplicación lineal.

Reconocer la necesidad de las formas bilineales y cuadráticas para efectuar medidas de ángulos y longitudes.

Conocer y saber aplicar los procedimientos de diagonalización ortogonal de las matrices simétricas.

COMPETENCIAS:

Competencias específicas:

E01. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

E02. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de las matemáticas.

E03. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

E04. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos

matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos)  
distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales, y poder  
comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos,  
así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

E05. Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en  
función de las herramientas disponibles y de las restricciones de  
tiempo y recursos.

E06. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de  
situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas  
matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

E07. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico,  
cálculo numérico y simbólico.  
Competencias genéricas:

G01. Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de los distintos módulos que,  
partiendo de la base de la educación secundaria general, y apoyándose en libros de texto  
avanzados, se desarrollan en la propuesta de título de Grado en Matemáticas que se  
presenta.

G02. Saber aplicar los conocimientos básicos y matemáticos de cada módulo a su trabajo o  
vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por  
medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de  
las matemáticas y ámbitos en que se aplican directamente.

G03. Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.

G04. Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado.

G06. Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.

## Relación detallada y ordenación temporal de los contenidos

---

Tema 1. Sistemas de ecuaciones y matrices.

Equivalencia de sistemas. Adición y trasposición. Multiplicación de matrices. Propiedades. Eliminación gaussiana. Notación sobre matrices. Operaciones elementales sobre filas. Forma escalonada por filas y rango. Forma escalonada reducida por filas. Compatibilidad de sistemas. Sistemas homogéneos. Sistemas no homogéneos. Teorema de Rouché-Frobenius.

(8 horas)

Tema 2. Álgebra matricial.

Inversa de una matriz. Matrices elementales y equivalencia. Aplicaciones del álgebra matricial.

(5 horas)

Tema 3. Determinantes.

Definición inductiva. Propiedades. Regla de Cramer. Cofactores y matriz inversa.

(2 horas)

Tema 4. Espacios vectoriales.

Definición. Dependencia lineal. Conjunto generador y base. Dimensión. Coordenadas. Cambio de base.

(10 horas)

Tema 5. Subespacios.

Definiciones. Ecuaciones paramétricas e implícitas de un subespacio. Operaciones con subespacios: intersección, suma y suma directa.

(12 horas)

Tema 6. Homomorfismos de espacios vectoriales.

Definición. Matriz de un homomorfismo. Imagen y núcleo. Cambio de base y homomorfismos. El espacio  $\text{Hom}(V, V')$ .

(8 horas)

Tema 7. Forma canónica.

Endomorfismos. Autovalores y autovectores. Multiplicidad algebraica y geométrica. Matrices diagonalizables. Forma canónica de Jordan.

(15 horas)

Tema 8. Espacio vectorial euclídeo.

Productos escalares. Norma. Ortogonalidad. Matrices unitarias. Método de Gram-Schmidt. Descomposición ortogonal. Isometrías.

(11 horas)

Tema 9. Teoremas espectrales.

Lema de Schur. Diagonalización de las matrices normales. Matriz definida positiva.

(7 horas)

Tema 10. Espacios afines.

Definiciones. Sistemas de referencia afines. Subespacios afines. Ecuaciones paramétricas e implícitas. Operaciones con subespacios afines: teorema de la dimensión.

(11 horas)

Tema 11. Aplicaciones afines.

Definición y propiedades. Matriz de una aplicación afín. Afinidades. Imagen de subespacios afines. Subespacios fijos. Dilataciones.

(10 horas)

Tema 12. Espacios afines euclídeos.

Distancia. Sistema de referencia métrico. Perpendicular común. Hiperplano mediador.

(6 horas)

Tema 13. Movimientos y semejanzas.

Movimientos. Teorema de Cartan-Dieudonné. Movimientos del plano. Movimientos del espacio.

(15 horas)

## Actividades formativas y horas lectivas

---

Actividad	Horas	Créditos
A Clases Teóricas	90	9
C Clases Prácticas en aula	30	3

## Idioma de impartición del grupo

---

ESPAÑOL

## Sistemas y criterios de evaluación y calificación

---

Los sistemas de evaluación se detallarán en los proyectos docentes.

## Horarios del grupo del proyecto docente

---

<https://matematicas.us.es/index.php/informacion-academica/horarios>

## Calendario de exámenes

---

<https://matematicas.us.es/index.php/informacion-academica/examenes>

## Tribunales específicos de evaluación y apelación

---

Presidente: LUIS NARVAEZ MACARRO  
Vocal: MANUEL JESUS GAGO VARGAS  
Secretario: SARA ARIAS DE REYNA DOMINGUEZ  
Suplente 1: FRANCISCO CASTRO JIMENEZ  
Suplente 2: FERNANDO MURO JIMENEZ  
Suplente 3: MARIA CRUZ FERNANDEZ FERNANDEZ

## Sistemas y criterios de evaluación y calificación del grupo

---

### Criterio de calificación

Actividades formativas y metodología.

Las actividades a realizar cubren un doble aspecto. El primero se refiere al desarrollo teórico de la asignatura, que se llevará a cabo mediante clases expositivas y el uso de notas detalladas. El segundo abarca las cuestiones de desarrollo de procedimientos y resolución de cuestiones de tipo teórico, bajo la asistencia y supervisión del profesor.

En este proyecto docente se describen tres escenarios:

(0) Presencialidad total.

(A) Semipresencial. El aforo limitado en las aulas permite a una parte de los alumnos asistir a las clases y otra seguir en forma remota el desarrollo.

(B) Remoto. Todos los alumnos siguen de forma remota el desarrollo de la clase.

La metodología que aplicamos en la asignatura es el de clase invertida. Los alumnos, antes de cada sesión, tienen un material asignado que deben leer o ver, según el formato.

La secuencia a seguir es la siguiente:

\*) El profesor explica los aspectos fundamentales de la sesión y responde a las preguntas de los estudiantes.

\*) Los estudiantes realizan, en grupo o individualmente, problemas o ejemplos propuestos por el profesor.

\*) El profesor indica a los estudiantes el material que deben leer para la sesión siguiente y que se encontrará en la plataforma de enseñanza virtual (EV).

Las estrategias formativas se agrupan en las siguientes líneas:

\*) Aprendizaje autónomo del estudiante a través del material disponible, así como la preparación de ejercicios a entregar.

\*) Enseñanza directa, por parte del profesor, basándose en recursos desarrollados, como las notas de teoría, vídeos explicativos o ejercicios resueltos.

\*) Clase invertida, en la que los alumnos avanzan inicialmente en la materia a través del material proporcionado.

\*) Aprendizaje colaborativo a través de la resolución o discusión de ejercicios en grupo.

En el escenario (A) (semipresencial), los alumnos irán turnándose para asistir a clase presencialmente, aunque siempre será posible conectarse en remoto, a través de EV, a la sesión que se está impartiendo. Se prevén las siguientes adaptaciones a las estrategias mencionadas:

\*) Aprendizaje autónomo. El mayor inconveniente del aprendizaje autónomo es la pérdida de ritmo que puede sufrir el estudiante que no asiste directamente a clase. Por ello, se usarán vídeos explicativos de los conceptos fundamentales, a modo de píldoras, y videotutoriales para la descripción de los métodos algorítmicos. Estos recursos permitirán dedicar las horas presenciales a la resolución de dudas y a la profundización de conceptos.

\*) Enseñanza directa. El uso de grupos de trabajo, ya sea en forma presencial o mediante EV, debe permitir que los alumnos en remoto mantengan la atención. De igual forma, es posible usar herramientas interactivas en clase que, con un teléfono móvil, permiten la participación en clase a distancia

\*) Clase invertida. La iniciativa de una gran parte de la sesión recae en los alumnos, a través de sus preguntas. Las sesiones retransmitidas permiten que los alumnos no presentes usen la EV para preguntar o hacer comentarios. Desde el punto de vista práctico es necesario hacerlo en ciertos momentos de la clase y no de forma continua.

\*) Aprendizaje colaborativo. Es posible crear en EV grupos de trabajo donde los alumnos en remoto puedan colaborar entre sí a la hora de resolver ejercicios propuestos o desarrollar ejemplos.

En el escenario (B) (remoto) se usarán las mismas estrategias anteriores e incrementando las guías y material para el aprendizaje autónomo.

En cualquiera de los tres escenarios es fundamental asistir a los alumnos en tutoría y realizar un seguimiento de sus avances. Aparte de las horas de tutoría, se usarán las salas virtuales de EV, un equipo de Microsoft Teams o el correo electrónico para responder de la manera más ágil todas las cuestiones y dudas que surjan.

La evaluación de los estudiantes se hará a partir de los siguientes criterios:

Escenario (0):

Cada alumno tendrá cuatro calificaciones: N1 (correspondiente a los temas del 1 al 5), N2 (temas 6 y 7), N3 (temas 8 y 9) y N4 (temas 10 al 13). Se obtendrán de la siguiente manera:

\*) Examen parcial 1: Durante el horario de clases del primer cuatrimestre, en fecha a fijar por los profesores de cada grupo, se realizará una prueba escrita para obtener la calificación N1.

\*) Examen cuatrimestral 1: En la fecha determinada por la Facultad de Matemáticas, se realizará una prueba escrita que constará de dos partes:

-) N1: los alumnos que quieran mejorar la calificación N1 podrán presentarse a esta parte de la prueba. Su calificación N1 resultante será la máxima entre la obtenida en el examen parcial 1 y la obtenida en esta parte de la prueba.

-) N2: obligatoria para todos los alumnos que se presenten a esta prueba.

La nota del primer cuatrimestre será  $C1 = 0.5 \cdot N1 + 0.5 \cdot N2$ .

\*) Examen parcial 2: Durante el horario de clases del segundo cuatrimestre, en fecha a fijar por los profesores de cada grupo, se realizará una prueba escrita para obtener la calificación N3.

\*) Examen cuatrimestral 2: En la fecha determinada por la Facultad de Matemáticas, se realizará una prueba escrita que constará de dos partes:

-) N3: los alumnos que quieran mejorar la calificación N3 podrán presentarse a esta parte de la prueba. Su calificación N3 resultante será la máxima entre la obtenida en el examen parcial 2 y la obtenida en esta parte de la prueba.

-) N4: obligatoria para todos los alumnos que se presenten a esta prueba.

La nota del segundo cuatrimestre será  $C2 = 0.25 \cdot N3 + 0.75 \cdot N4$ .

\*) Examen final (primera convocatoria): En la fecha determinada por la Facultad de Matemáticas, se realizará una prueba escrita que constará de dos partes:

-) C1: los alumnos que quieran mejorar la calificación C1 podrán presentarse a esta parte de la prueba. Su calificación C1 resultante será la máxima entre la obtenida durante el primer cuatrimestre y la obtenida en esta parte de la prueba.

-) C2: los alumnos que quieran mejorar la calificación C2 podrán presentarse a esta parte de la prueba. Su calificación C2 resultante será la máxima entre la obtenida durante el segundo cuatrimestre y la obtenida en esta parte de la prueba.

Para aprobar la asignatura es necesario haber aprobado cada cuatrimestre, es decir, tanto C1 como C2 deben ser mayores o iguales a 5. En este caso, la nota final de la asignatura será la media aritmética de C1 y C2.

Si C1 o C2 son menores que 5, la asignatura constará como suspensa, y la calificación final será el mínimo entre 4.9 y la media aritmética de C1 y C2.

\*) Examen de septiembre (segunda convocatoria): En la fecha determinada por la Facultad de Matemáticas, se realizará una prueba escrita. Los alumnos que se presenten a esta prueba deberán realizarla en su totalidad. No se tendrán en cuenta las calificaciones obtenidas durante el curso. La nota obtenida en esta prueba será la calificación final.

\*) Examen de diciembre (tercera convocatoria): En la fecha determinada por la Facultad de Matemáticas, se realizará una prueba escrita. Los alumnos que se presenten a esta prueba deberán realizarla en su totalidad. No se tendrán en cuenta las calificaciones anteriores. La nota obtenida en esta prueba será la calificación final.

Escenarios (A) y (B):

\*) Se seguirá el mismo procedimiento de evaluación que en el escenario 0, pero las pruebas que no puedan ser llevadas a cabo de forma presencial se realizarán a través de la plataforma de EV.

Todas las actividades de evaluación pueden llevar asociada una entrevista con el alumno si no se han realizado de manera presencial. La nota de la actividad comprende lo entregado y la entrevista. Esto se aplica a las tareas entregadas o a los exámenes que se tengan que realizar en remoto.

En todas las pruebas se revisará especialmente la claridad de redacción.

## Bibliografía recomendada

---

### **Bibliografía General**

Problemas resueltos de Álgebra Lineal

Autores: Arvesú, J., Álvarez, R. y Marcellán, F

Edición: 2015

Publicación: Paraninfo

ISBN: 9788428335263

Ejercicios resueltos de Álgebra Lineal.

Autores: Iglesias, M.

Edición: 2000

Publicación: Ed. Universidades de Cádiz y Sevilla.

ISBN: 9788477869436

Álgebra Lineal.

Autores: Rojo, J.

Edición: 2007

Publicación: Ed. McGraw-Hill.

ISBN: 8448156358

An axiomatic approach to Geometry (Geometric Trilogy I)

Autores: F. Borceux

Edición: 2014

Publicación: Springer

ISBN: 978-3-319-01729-7

An algebraic approach to Geometry (Geometric Trilogy II)

Autores: F. Borceux

Edición: 2014



UNIVERSIDAD  
DE SEVILLA

PROYECTO DOCENTE  
Álgebra Lineal y Geometría I  
Álgebra Lineal y Geometría I (6)  
CURSO 2021-22

Publicación: Springer

ISBN: 978-3-319-01732-7

Fundamentos de Geometría

Autores: H.S.M. Coxeter

Edición: 1984

Publicación: Limusa

ISBN: 968-18-0641-7

Álgebra Lineal y sus Aplicaciones

Autores: David C. Lay

Edición: 4 ed. 2012

Publicación: Pearson

ISBN: 9786073213981

Affine Maps, Euclidean Motions and Quadrics

Autores: A. Reventós Tarrida

Edición: 2011

Publicación: Springer

ISBN: 978-0-85729-709-9

Linear Algebra and Geometry

Autores: I.R. Shafarevich, A.O. Remizov, A.O

Edición: Springer

Publicación: 2013

ISBN: 978-3-642-30993-9

Álgebra lineal y sus aplicaciones

Autores: G. Strang

Edición: 2007

Publicación: Thomson

ISBN: 9789706866097

### **Bibliografía Específica**

Álgebra Lineal con métodos elementales.

Autores: L. Merino, E. Santos

Edición: 2009

Publicación: Paraninfo.

ISBN: 978-84-9732-481-6

Matrix analysis and applied linear algebra

Autores: C.D. Meyer

Edición: 2000

Publicación: SIAM

ISBN: 0-89871-454-0

### **Información Adicional**



UNIVERSIDAD  
DE SEVILLA

**PROYECTO DOCENTE**  
**Álgebra Lineal y Geometría I**  
**Álgebra Lineal y Geometría I (6)**  
**CURSO 2021-22**

Los apuntes de la asignatura, la relación de ejercicios y problemas resueltos se encuentran en la página de enseñanza virtual de la universidad (ev.us.es), donde se puede acceder con el código de usuario correspondiente.

## **Profesores evaluadores**

---

FRANCISCO JAVIER CALDERON MORENO  
JUAN GONZALEZ-MENESES LOPEZ  
MARIA BELEN GÜEMES ALZAGA  
MIGUEL ANGEL OLALLA ACOSTA  
ANTONIO ROJAS LEON  
MARITHANIA SILVERO CASANOVA  
MANUEL JESUS SOTO PRIETO  
JOSE MARIA TORNERO SANCHEZ